

lichnerowicz

elementos
de cálculo
tensorial

aguilar

INDICE

PREFACIO DEL AUTOR.....	Pág.	IX
-------------------------	------	----

PARTE I

CALCULO TENSORIAL

CAP. I.—LOS ESPACIOS VECTORIALES.....	3
---------------------------------------	---

Noción de espacio vectorial: 1-1. Definición de un espacio vectorial, *pág.* 3.—1-2. Ejemplos de espacios vectoriales, 5.—1-3. Propiedades elementales de los espacios vectoriales, 6.—1-4. Subespacio vectorial, 8.—*Los espacios vectoriales de n dimensiones:* 1-5. Base de un espacio vectorial, 10.—1-6. Ejemplos, 14.—1-7. Subespacio vectorial de un E_n , 14.—1-8. Subespacios vectoriales suplementarios, 15.—1-9. Cambio de base, 17.—*Dualidad:* 1-10. Formas lineales, 18.—1-11. El espacio dual, 19.—1-12. Base dual, 20.—1-13. Bidualidad, 22.—*El espacio vectorial euclidiano:* 1-14. El convenio de Einstein, 23.—1-15. Concepto de espacio vectorial euclidiano, 24.—1-16. Ortogonalidad y norma, 27.—1-17. Desigualdad de Schwarz y sus aplicaciones, 28.—1-18. Sistemas ortonormales de vectores, 31.—1-19. Método de ortonormalización de Schmidt, 32.—1-20. El espacio P_n referido a una base ortonormal, 34.—1-21. Componentes contravariantes y covariantes de un vector, 35.—1-22. Expresiones del producto escalar y de la norma mediante las componentes covariantes, 37.—1-23. Cambio de base sobre las componentes contravariantes y covariantes de un vector, 38.—1-24. Espacio vectorial euclidiano y dualidad, 40.

CAP. II.—LOS ESPACIOS PUNTUALES AFINES Y EUCLIDIANOS.....	41
-----------------------------------------------------------	----

2-1. Definición de espacio afín, *pág.* 41.—2-2. Sistema de referencia en un espacio afín, 43.—2-3. Cambio de sistema de referencia, 44.—2-4. Subespacio afín, 45.—2-5. Espacio puntual euclidiano, 46.

CAP. III.—ALGEBRA TENSORIAL.....	48
----------------------------------	----

Concepto de producto tensorial: 3-1. Producto tensorial de dos espacios, *pág.* 48.—3-2. Expresión analítica del producto tensorial de dos vectores, 49.—3-3. Producto tensorial de varios espacios. Tensores, 51.—*Los tensores afines:* 3-4. Tensores afines ligados a un espacio vectorial, 52.—3-5. Componentes de un tensor afín, 54.—3-6. Cambio de base para las componentes de un ten-

sor afín, 55.—3-7. Un criterio de tensorialidad, 58.—3-8. Álgebra tensorial afín, 61.—3-9. Contracción de índices, 62.—3-10. Multiplicación contracta. Criterio general de tensorialidad, 64.—3-11. Tensores simétricos y antisimétricos, 66.—*Los tensores euclidianos*: 3-12. Tensores euclidianos. Diferentes clases de componentes, 66.—3-13. Tensores euclidianos simétricos o antisimétricos, 70.—3-14. El tensor fundamental, 70.—3-15. Álgebra de los tensores euclidianos, 72.—3-16. El espacio $E_n^{(q)}$ como espacio euclidiano, 74.—*Elementos de álgebra exterior*: 3-17. Álgebra exterior de orden 2, 75.—3-18. Producto exterior de dos vectores, 76.—3-19. Componentes estrictas de un bivector. Cambio de base, 78.—3-20. Formas exteriores de orden 2, 79.—3-21. Tensores completamente antisimétricos, 81.—3-22. Álgebra exterior sobre un espacio euclidiano, 82.—3-23. Tensor adjunto de un tensor completamente antisimétrico, 83.

CAP. IV.—EL ESPACIO EUCLIDIANO EN COORDENADAS CURVILÍNEAS.....

88

Derivada y diferencial de un vector o de un punto: 4-1. Vector derivado de un vector, pág. 88.—4-2. Vector derivado de un punto, 89.—4-3. Función vectorial de varias variables escalares, 90.—*Coordenadas curvilíneas en un espacio puntual euclidiano*: 4-4. Coordenadas curvilíneas. Sistema de referencia asociado, 91.—4-5. Ejemplo de coordenadas curvilíneas, 95.—4-6. El elemento lineal del espacio, 97.—4-7. Campos de tensores, 98.—*Los símbolos de Christoffel*: 4-8. El problema fundamental del análisis tensorial, 99.—4-9. Relaciones entre las Γ_{ki}^j , 101.—4-10. Determinación explícita de las Γ_{ki}^j , 105.—4-11. Cambio de coordenadas para las Γ_{ki}^j , 107.—*Diferencial absoluta y derivada covariante*: 4-12. Diferencial absoluta de un vector, 108.—4-13. Diferencial absoluta de un tensor, 111.—4-14. Vector aceleración de un punto móvil, 113.—*Operadores diferenciales en coordenadas curvilíneas*: 4-15. Gradiente de una función escalar, 115.—4-16. Rotacional de un campo de vectores, 116.—4-17. Divergencia de un campo de vectores, 117.—4-18. Laplaciana de una función, 119.

CAP. V.—LOS ESPACIOS RIEMANNIANOS.....

121

Métricas euclidianas tangentes y osculadoras: 5-1. Definición de los espacios de Riemann, pág. 121.—5-2. Métrica euclidiana tangente en un punto, 122.—5-3. Nociones geométricas deducidas de las métricas euclidianas tangentes, 125.—5-4. Métricas euclidianas osculadoras en un punto, 128.—5-5. Campo de tensores de V_n . Diferencial absoluta, 131.—5-6. Vector aceleración de un punto móvil en V_n . Geodésicas, 135.—*Métrica euclidiana de aplicabilidad*: 5-7. Desarrollo sobre el espacio euclidiano de una curva de V_n , 139.—5-8. Métrica euclidiana de aplicabilidad a lo largo de una curva, 140.—5-9. Aplicaciones geométricas, 143.—*Tensor de curvatura de un espacio riemanniano*: 5-10. Desarrollo de un casiparalelogramo, 145.—5-11. El tensor de Riemann-Christoffel, 152.—5-12. Las componentes covariantes del tensor de Riemann-Christoffel, 153.—5-13. Coordenadas normales. Relaciones entre las componentes del tensor de curvatura, 155.—5-14. Derivadas segundas covariantes de un vector, 157.—5-15. El tensor de Ricci, 158.—5-16. Las identidades de Bianchi, 159.

PARTE II

APLICACIONES

CAP. VI.—EL CÁLCULO TENSORIAL Y LA DINÁMICA CLÁSICA..... 165

Dinámica de los sistemas holónomos con ligaduras independientes del tiempo: 6-1. El espacio de configuración como espacio riemanniano, pág. 165.—6-2. Cinemática del movimiento de M, 166.—6-3. Las ecuaciones de la dinámica, 168.—6-4. La integral de las fuerzas vivas, 170.—6-5. El principio de Maupertuis, 171.—6-6. Algunas aplicaciones, 175.—*Dinámica de los sistemas holónomos con ligaduras dependientes del tiempo:* 6-7. El espacio-tiempo de configuración, 177.—6-8. Las ecuaciones de la dinámica, 179.—6-9. Caso en que existe una función de fuerzas, 181.—6-10. El teorema de Eisenhart, 182.—*Dinámica de los medios continuos:* 6-11. Los medios continuos, 185.—6-12. Derivadas parcial y total respecto al tiempo, 186.—6-13. Ecuación de continuidad, 188.—6-14. Fuerzas de masa y fuerzas superficiales, 188.—6-15. Tensor de presiones o de tensiones, 189.—6-16. Las ecuaciones generales de la dinámica de los medios continuos, 193.—6-17. Otra forma de las ecuaciones de los medios continuos, 196.

CAP. VII.—LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD RESTRINGIDA Y LAS ECUACIONES DE MAXWELL..... 198

Fundamentos de la teoría: 7-1. La experiencia de Michelson, pág. 198.—7-2. El principio de invariabilidad de la velocidad de la luz, 200.—7-3. Los principios de relatividad newtoniano y einsteiniano, 202.—*El grupo de Lorentz y el espacio-tiempo de Minkowski:* 7-4. La variedad espacio-tiempo, 205.—7-5. El grupo de Lorentz, 206.—7-6. Transformación de Lorentz en forma intrínseca, 212.—7-7. La ley relativista de composición de velocidades, 215.—7-8. El espacio-tiempo de Minkowski, 218.—*La dinámica de la relatividad restringida:* 7-9. El vector velocidad unitario y el principio de inercia, 219.—7-10. Ecuaciones de la dinámica de una masa puntual, 222.—7-11. El vector de impulsión-energía y la masa relativista, 226.—7-12. La inercia de la energía, 228.—*La dinámica relativista de los medios continuos:* 7-13. Ecuaciones correspondientes al sistema en reposo, 231.—7-14. Forma tensorial de las ecuaciones del movimiento, 235.—7-15. El tensor de impulsión-energía, 237.—*Las ecuaciones de Maxwell-Lorentz:* 7-16. El tensor campo electromagnético, 238.—7-17. El tensor adjunto del campo electromagnético, 243.—7-18. El vector corriente eléctrica, 243.—7-19. El primer grupo de las ecuaciones de Maxwell-Lorentz, 245.—7-20. El segundo grupo de las ecuaciones de Maxwell-Lorentz, 247.—7-21. La conservación de la electricidad, 250.—7-22. La densidad de fuerza de Lorentz, 251.—7-23. El tensor de impulsión-energía del campo electromagnético, 253.

CAP. VIII.—ELEMENTOS DE LA TEORÍA RELATIVISTA DE LA GRAVITACIÓN..... 257

8-1. La gravitación, *pág.* 257.—8-2. La métrica de la relatividad generalizada, 259.—8-3. Las ecuaciones de Einstein, 260.—8-4. El tensor de impulsión-energía, 264.—8-5. Las ecuaciones de conservación en el interior de la materia, 267.

BIBLIOGRAFÍA..... 268

[Faint, mostly illegible text of the bibliography section, including references and page numbers.]