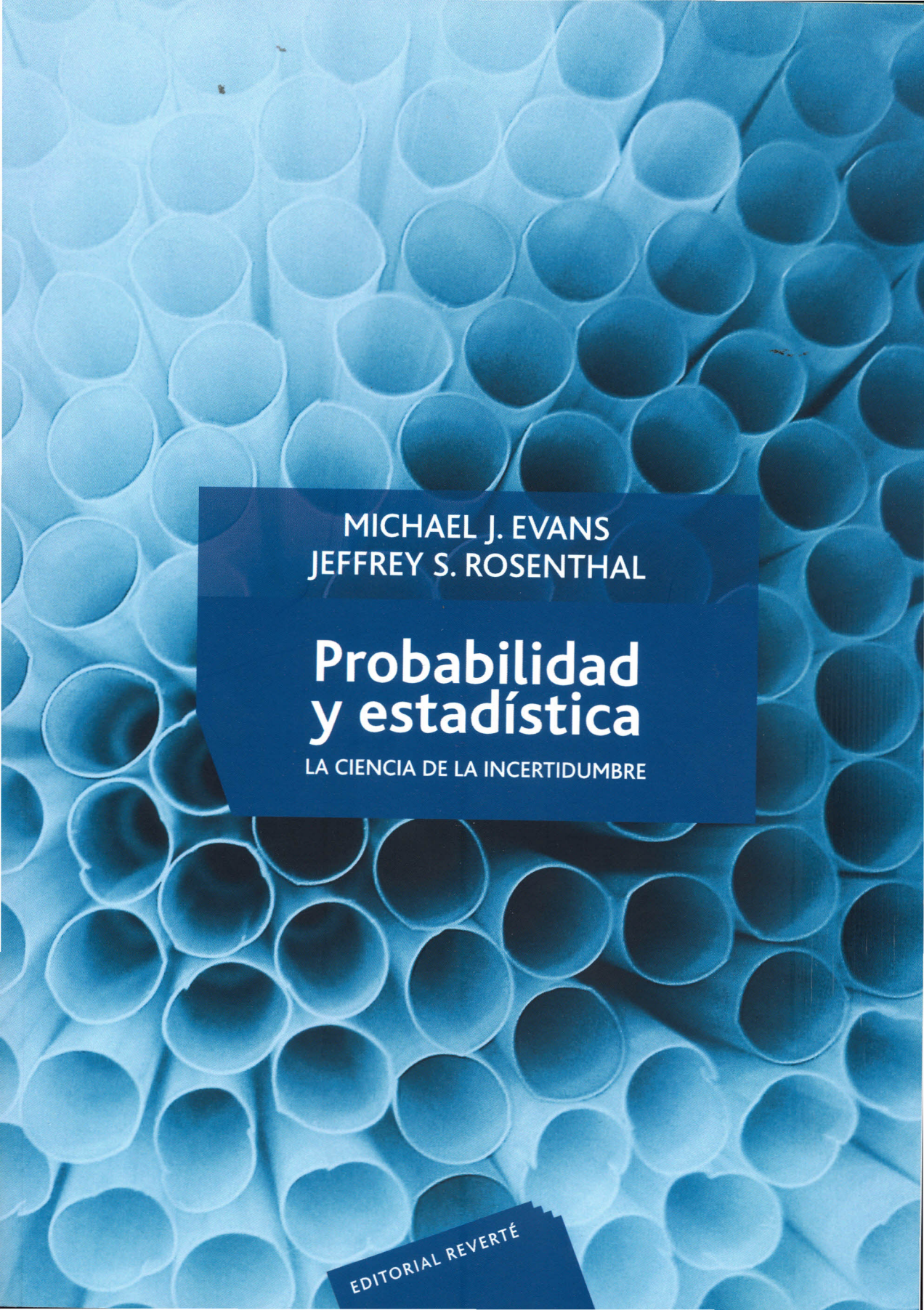




MICHAEL J. EVANS
JEFFREY S. ROSENTHAL

Probabilidad y estadística

LA CIENCIA DE LA INCERTIDUMBRE

EDITORIAL REVERTÉ

Índice

Prólogo	7
1 Modelos de probabilidad	19
1.1 Probabilidad: Una medida de la incertidumbre	19
1.1.1 ¿Por qué necesitamos una teoría de la probabilidad?	20
1.2 Modelos de probabilidad	23
1.2.1 Diagramas de Venn y subconjuntos	25
1.3 Propiedades de los modelos de probabilidad	29
1.4 La probabilidad uniforme en espacios finitos	33
1.4.1 Principios de combinatoria	34
1.5 Probabilidad condicional e independencia	39
1.5.1 Probabilidad condicional	40
1.5.2 Sucesos independientes	43
1.6 Continuidad de P	48
1.7 Demostraciones adicionales (avanzadas)	51
2 Variables aleatorias y distribuciones	53
2.1 Variables aleatorias	53
2.2 Distribuciones de variables aleatorias	57
2.3 Distribuciones discretas	61
2.3.1 Principales distribuciones discretas	62
2.4 Distribuciones continuas	72
2.4.1 Principales distribuciones totalmente continuas	74
2.5 Funciones de probabilidad acumulada	83
2.5.1 Propiedades de las funciones de distribución	85
2.5.2 Funciones de distribución acumulada de distribuciones discretas	85
2.5.3 Funciones de distribución acumulada de distribuciones totalmente continuas	86
2.5.4 Distribuciones mixtas	89
2.5.5 Distribuciones ni discretas ni continuas	92
2.6 Cambios de variable unidimensionales	95
2.6.1 El caso discreto	95
2.6.2 El caso continuo	96
2.7 Distribuciones conjuntas	100
2.7.1 Funciones de distribución conjunta acumulada	101

2.7.2	<i>Distribuciones marginales</i>	102
2.7.3	<i>Funciones de probabilidad conjunta</i>	104
2.7.4	<i>Funciones de densidad conjunta</i>	106
2.8	Condicionamiento e independencia	113
2.8.1	<i>Condicionamiento de variables aleatorias discretas</i>	114
2.8.2	<i>Condicionamiento de variables aleatorias continuas</i>	115
2.8.3	<i>Independencia de variables aleatorias</i>	118
2.8.4	<i>Parámetros estadísticos de orden</i>	124
2.9	Cambios de variable multidimensionales	129
2.9.1	<i>El caso discreto</i>	129
2.9.2	<i>El caso continuo (avanzado)</i>	130
2.9.3	<i>Convolución</i>	133
2.10	Simulación de distribuciones de probabilidad	137
2.10.1	<i>Simulación de distribuciones discretas</i>	138
2.10.2	<i>Simulación de distribuciones continuas</i>	140
2.11	Demostraciones adicionales (avanzadas)	145
3	Valores esperados	149
3.1	El caso discreto	149
3.2	El caso totalmente continuo	161
3.3	Varianza, covarianza y correlación	168
3.4	Funciones generatrices	181
3.4.1	<i>Funciones características (avanzado)</i>	189
3.5	Valor esperado condicional	194
3.5.1	<i>El caso discreto</i>	194
3.5.2	<i>El caso totalmente continuo</i>	196
3.5.3	<i>Valor esperado doble</i>	198
3.5.4	<i>Varianza condicional (avanzado)</i>	200
3.6	Desigualdades	205
3.6.1	<i>Desigualdad de Jensen (avanzado)</i>	208
3.7	Valores esperados generales (avanzado)	211
3.8	Demostraciones adicionales (avanzado)	214
4	Distribuciones muestrales y límites	219
4.1	Distribuciones muestrales	220
4.2	Convergencia en probabilidad	223
4.2.1	<i>La ley débil de los grandes números</i>	225
4.3	Convergencia con probabilidad unidad	228
4.3.1	<i>La ley fuerte de los grandes números</i>	230
4.4	Convergencia en distribución	232
4.4.1	<i>El teorema del límite central</i>	234
4.4.2	<i>El teorema del límite central y la evaluación del error</i>	240
4.5	Aproximaciones por Montecarlo	244
4.6	Teoría de la distribución normal	254

4.6.1	<i>La distribución de Ji cuadrado</i>	256
4.6.2	<i>La distribución de t</i>	259
4.6.3	<i>La distribución de F</i>	260
4.7	<i>Demostraciones adicionales (avanzado)</i>	265
5	Inferencia estadística	273
5.1	<i>¿Por qué necesitamos la Estadística?</i>	273
5.2	<i>Inferencia utilizando un modelo de probabilidad</i>	278
5.3	<i>Modelos estadísticos</i>	282
5.4	<i>Obtención de datos</i>	289
5.4.1	<i>Poblaciones finitas</i>	290
5.4.2	<i>Muestreo aleatorio simple</i>	291
5.4.3	<i>Histogramas</i>	295
5.4.4	<i>Inspección por muestreo o encuesta</i>	297
5.5	<i>Algunas inferencias básicas</i>	303
5.5.1	<i>Estadística descriptiva</i>	303
5.5.2	<i>Representación gráfica de los datos</i>	308
5.5.3	<i>Tipos de inferencia</i>	310
6	Inferencia basada en la verosimilitud	319
6.1	<i>La función de verosimilitud</i>	319
6.1.1	<i>Suficiencia de un parámetro estadístico</i>	325
6.2	<i>Estimación máximo verosímil</i>	331
6.2.1	<i>El caso multidimensional (avanzado)</i>	339
6.3	<i>Inferencias basadas en el MLE</i>	343
6.3.1	<i>Errores estándar y sesgo</i>	344
6.3.2	<i>Intervalos de confianza</i>	348
6.3.3	<i>Pruebas de hipótesis y valores P</i>	355
6.3.4	<i>Determinación del tamaño de muestra: Intervalos de confianza</i>	363
6.3.5	<i>Determinación del tamaño de muestra: Potencia de una prueba</i>	365
6.4	<i>Métodos de distribución libre</i>	372
6.4.1	<i>Método de los momentos</i>	373
6.4.2	<i>Técnica de bootstrap ("bootstrapping")</i>	375
6.4.3	<i>La prueba del signo e inferencias sobre cuartiles</i>	379
6.5	<i>Comportamiento de los MLE con grandes muestras (avanzado)</i>	386
7	Inferencia Bayesiana	397
7.1	<i>Distribución previa (a priori) y posterior (a posteriori)</i>	398
7.2	<i>Inferencias basadas en la distribución posterior</i>	408
7.2.1	<i>Estimación</i>	411
7.2.2	<i>Intervalos plausibles</i>	416
7.2.3	<i>Pruebas de hipótesis y factores de Bayes</i>	418
7.2.4	<i>Predicción</i>	425

7.3	Cálculos bayesianos	432
7.3.1	<i>Normalidad asintótica de la distribución posterior</i>	432
7.3.2	<i>Muestreo de la distribución posterior</i>	432
7.3.3	<i>Muestreo de la distribución posterior utilizando el muestreo de Gibbs (avanzado)</i>	438
7.4	Selección de la distribución previa	447
7.5	Demostraciones adicionales (avanzado)	453
8	Inferencias óptimas	455
8.1	Estimación óptima insesgada	456
8.1.1	<i>Desigualdad de Cramer-Rao (avanzado)</i>	463
8.2	Pruebas de hipótesis óptimas	469
8.2.1	<i>Pruebas de relación de verosimilitudes (avanzado)</i>	479
8.3	Inferencias bayesianas óptimas	483
8.4	Teoría de la decisión (avanzado)	487
8.5	Demostraciones adicionales (avanzado)	498
9	Verificación de modelos	505
9.1	Verificación del modelo muestral	505
9.1.1	<i>Gráficos de residuales y de probabilidad</i>	512
9.1.2	<i>Prueba de Ji cuadrado para la bondad de un ajuste</i>	517
9.1.3	<i>Predicción y validación cruzada</i>	523
9.1.4	<i>¿Qué hacer cuando el modelo falla?</i>	523
9.2	Verificación del modelo bayesiano	529
9.3	El problema de verificaciones múltiples	535
10	Relaciones entre variables	539
10.1	Variables relacionadas	540
10.1.1	<i>Relaciones causa-efecto y experimentación</i>	543
10.1.2	<i>Diseño de experimentos</i>	547
10.2	Variables respuesta y predictoras categóricas	555
10.2.1	<i>Variable predictora aleatoria</i>	555
10.2.2	<i>Variable predictora determinista</i>	558
10.2.3	<i>Formulación bayesiana</i>	561
10.3	Variables respuesta y predictoras cuantitativas	567
10.3.1	<i>El método de mínimos cuadrados</i>	567
10.3.2	<i>El modelo de regresión lineal simple</i>	570
10.3.3	<i>Modelo bayesiano de regresión lineal simple (avanzado)</i>	585
10.3.4	<i>Modelo de regresión lineal múltiple (avanzado)</i>	589
10.4	Respuesta cuantitativa y variables predictoras categóricas ..	609
10.4.1	<i>Una variable predictora categórica (ANOVA de un factor)</i>	609
10.4.2	<i>Medidas repetidas (comparaciones apareadas)</i>	616

10.4.3	<i>Dos variables predictoras categóricas (ANOVA de dos factores)</i>	619
10.4.4	<i>Bloques aleatorizados</i>	627
10.4.5	<i>Una variable predictora categórica y una cuantitativa</i>	627
10.5	Respuesta categórica y variables predictoras cuantitativas ..	637
10.6	Otras pruebas (avanzado)	641
11	Procesos estocásticos. (Tema avanzado)	649
11.1	Paseo aleatorio simple	649
11.1.1	<i>La distribución de la fortuna</i>	650
11.1.2	<i>El problema de la ruina del jugador</i>	652
11.2	Cadenas de Markov	657
11.2.1	<i>Ejemplos de cadenas de Markov</i>	657
11.2.2	<i>Cálculos con cadenas de Markov</i>	661
11.2.3	<i>Distribuciones estacionarias</i>	663
11.2.4	<i>Teorema del límite de una cadena de Markov</i>	668
11.3	Cadenas de Markov y método de Montecarlo	675
11.3.1	<i>Algoritmo Metropolis-Hastings</i>	678
11.3.2	<i>El muestreador de Gibbs</i>	681
11.4	Martingalas	684
11.4.1	<i>Definición de una martingala</i>	685
11.4.2	<i>Valores esperados</i>	686
11.4.3	<i>Tiempo de paro</i>	687
11.5	Movimiento browniano	692
11.5.1	<i>Paseos aleatorios cada vez más rápidos</i>	693
11.5.2	<i>El movimiento browniano como un límite</i>	694
11.5.3	<i>Procesos de difusión y precios de los stocks</i>	697
11.6	Procesos de Poisson	702
11.7	Demostraciones	704

Apéndices

A	Fundamentos matemáticos	713
A.1	Derivadas	713
A.2	Integrales	714
A.3	Series infinitas	715
A.4	Producto matricial	716
A.5	Derivadas parciales	716
A.6	Integrales múltiples	717
A.6.1	<i>Regiones no rectangulares</i>	719
B	Cálculos con ordenador	721
C	Distribuciones más frecuentes	727
C.1	Distribuciones discretas	727
C.2	Distribuciones totalmente continuas	728

D Tablas	731
D.1 Números aleatorios	732
D.2 Función de distribución acumulada (fda) Normal Estándar	734
D.3 Percentiles de la distribución de Ji cuadrado	735
D.4 Percentiles de la distribución t	736
D.5 Percentiles de la distribución F	737
D.6 Probabilidades de la distribución binomial	746
 Índice de materias	 751